児童・生徒が生き生きと学ぶ算数・数学的活動の追究

新潟県 コンパスの会〔新潟算数・数学教育研究会〕
会表　小畑　裕

当研究会の目的は、「主体的・対話的で深い学び」を実践し、
児童・生徒の学びの力を育もうとするものである。
次の3点をとおして、目的に迫る。

① 個に応じた指導
② 基礎的・基本的な学力の定着
③ 思考力・判断力・表現力を培う算数・数学的活動

小学校・中学校の教員で会を構成していることもあり、小・中９か年を見通し
連携した教科指導を研究できるところが、この会の特徴でもある。
今年度は、特に「深い学びを促す授業」を目指し、会員が一人一実践を行い、
個々の資質能力を高めようとした。その中で2つの実践を紹介する。

１．深い学びを促す授業にするために

「原問題」「２次元表」を活用し、主体的で対話的な学びの実現を目指した。今年度は、児童生徒から出てきた考えを練り上げ統合化する「深い学び」を目指す。

(1)　原問題（良質な課題）を提示する

４点　A,B,C,Dが直線上に並んでいる。

AB：BD＝１：２
AC：CD＝２：１　ならば,
AB：BC：CD＝○：□：△　か？
（答え）１：１：１

AB：BD＝１：２
AC：CD＝２：１　ならば,
AB：BC：CD＝１：１：１である

実践授業①では、このような問題からスタートし、授業を発展的に構想していく。

この［　　］の前半を**原問題**と呼ぶ。

［　　］は、**命題**であり、原問題を解決し、肯定文に直したものである。。

数学は命題をつくり、証明する学問である。［　　］内の命題は、【仮定】AB：BD＝１：２，AC：CD＝２：１と、【結論】AB：BC：CD＝１：１：１　とで構成されている。

この授業では、【仮定】１：２，２：１を条件変更し、１：３→４，５，・・・，３：１→４，５，・・・，と変更することを促す。そうすることにより、(例えば)「AB：BD＝１：３，AC：CD＝４：１ならば、AB：BC：CD＝○：□：△　になる」と予想し、それを求めていく。中学校１年生に適した題材となる。

そして、「AB：BD＝ａ：ｂ，AC：CD＝ｃ：ｄならば、AB：BC：CD＝○：□：△」と規則性を見付けていく。このような授業展開を期待している。

(2)　命題を構造分析する

「AB：BD＝$\underbrace{\text{a：b}}_{p_1}$，AC：CD＝$\underbrace{\text{c：d}}_{p_2}$

⇒**ならば**　$\underbrace{\text{○：□：△}}_{q}$になる」

命題は、通常「ｐ（仮定）⇒ﾅﾗﾊﾞｑ（結論）」の形をしている。しかし、細分すれば、「p_1∧（かつ）p_2∧p_3∧･･･　⇒ｑ」の形をしている。

上例でいえば、p_1に「ａ：ｂ」，p_2に「ｃ：ｄ」が当てはまる。また、途中の点を多くし「ｅ：ｆ」とすればp_3とできる。

つまり、命題でいう仮定や条件は、p_1，p_2，p_3，･･･，の複合体であり、それらは互いに関わりをもたない。全体の個数は、$p_1 \times p_2 \times p_3 \times$･･･(個）あり、直積となっている。これが、**命題の構造**である。

提案授業①では、1：2，2：1，を条件変更し、○：□：△の規則性を予想する。予想の後に、線分図で証明してみる。実際の授業では、生徒の予想は正答とは大きく異なり、ある言葉に気付いた瞬間、驚きの声が上がった。

(3)-1　２次元表を作成する

c：d ＼ a：b	2：1	3：1	4：1	
1：2	1:1:1	?:?:?	?:?:?	･･･
1：3	?:?:?	?:?:?	?:?:?	･･･
1：4	?:?:?	?:?:?	?:?:?	･･･

命題における条件に当たる部分は、直積構造であり、p_1とp_2のみに絞れば、個数は$p_1 \times p_2$（個）ある。このことから縦軸にp_1，横軸にp_2の２次元表がつくれる。

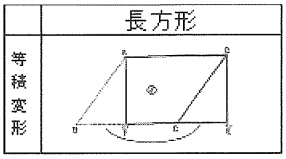
授業を構成するときは、この２次元表を活用したい。すると、「今、私はどこをしているのかな？」「ああ、僕らは今1：2と3：1をしているのだな。」と確認しながら、表を埋めていくことができる。

このように生徒自ら条件変更できると授業が楽しくなる。この表が埋まったとき、規則性を自分の言葉で表現できることも、育てたい資質・能力である。生徒一人一人がこのような考えができることを本研究はねらっている。

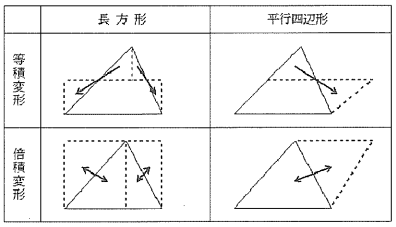
(3)-2　元になる学びを２次元表で整理したのち、拡張する

提案授業②は、小学校５年生「図形の面積」の単元。前時までに、「平行四辺形」「三角形」の面積の求め方を学んでいる。

「平行四辺形」では長方形の面積の求め方をもとに、



「三角形」では長方形・平行四辺形の面積の求め方と等積変形・倍積変形をもとに学んでいる。



ここで、２次元表を提示し、考えの整理をする。

そして本時「台形の面積」では、「この２次元表をもとに、自分たちで台形の面積

を求められないだろうか？」と発問し、本時の展開に迫っていく。

(4)　統合化を図る

実践授業①、②とも条件変更し、２次元表で整理することを通して、**統合化**を図る。これが「**深い学び**」を促す授業である。

２．実践授業 ①

> **原問題をもとに条件変更し、生徒自らが問題をつくり、２次元表にまとめて整理していく授業**

(1)　学年・単元名　中学校１年・式の計算

(2)　本時のねらい

「４点A，B，C，Dが直線上に並んでいる。AB：BD＝１：２，AC：CD＝２：１ならば、AB:BC:CD＝１：１：１である」を原問題・命題とし、条件を変えて新たな問題をつくることを通して、AB：BC：CD＝○：□：△　には最小公倍数をもとに一定の規則性があることを見い出す。

(3)　授業の実際

①　問題づくり・見通しの場面

前時は「連比」の定義を学習した。

「４点A，B，C，Dが直線上に並んでいる。AB：BD＝１：２，AC：CD＝２：１ならば、AB：BC：CD＝○：□：△？」と出題し、数直線をもとに、１：１：１と解決した。１：２や２：１を変えると、どんなことがいえるだろうか？と問いを提示し、前時は終わった。本時は、

「AB：BD＝１：２，AC：CD＝２：１ならば、AB：BC：CD＝１：１：１である」を原問題とし、条件変更を促した。

T　１：２でなく、１：３ならどうか？

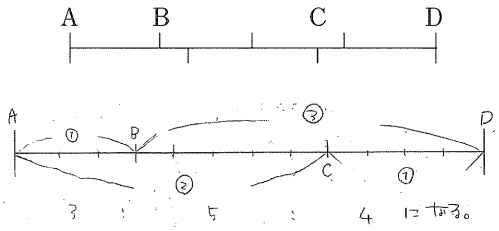
「AB：BD＝１：３，AC：CD＝２：１ならば、AB：BC：CD＝○：△：□である。この連比を求めよう」

個人で解決した後、ペアで検討し合った。

S1　昨日は３等分した。１：３だから、４等分だ。

S2　１：３は４等分。２：１は３等分。４と３をどうするの？

T　AからDを４等分と３等分してみよう。



T　他に、

１：２→１：３，１：４，・・・，

２：１→３：１，４：１，・・・，

と数値を変えるとどうなるだろうか？

（問いを提示し、見通しを持たせた。授業は、個人→グループとした）

②　つくった問題の分類・整理の場面

次のような２次元表を提示した。

c：d ＼ a：b	２：１	３：１	４：１	
１：２	1:1:1	4:5:3	?:?:?	・・・
１：３	?:?:?	?:?:?	5:11:4	・・・
１：４	?:?:?	?:?:?	?:?:?	・・・

a：b，c：dと文字が４つあり、それぞれを条件変更すると４次元になってしまう。そこで、a＝d＝１と固定し、bとcで条件変更させた。そのことで、上のような２次元表がつくれることになる。

この表を提示することで、自分のつくった問題が表のどこにあるのか明確になる。

自力解決ではこの表を埋めることで、「こ

こは何：何：何になるだろうか？」「どのような規則性があるだろうか？」と主体的に取り組むことができるようになる。

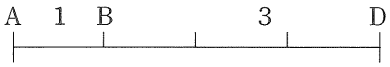
③　つくった問題の解決（主体的な学び）

「1：?, ?：1ならば、○：□：△になる。」‥‥この文は、命題の形になっている。生徒は2つの?を変えて、○□△を予想する。しかし、この予想は直接的には難しい。

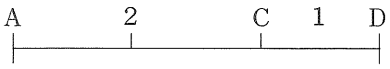
1：2, 2：1　→　1：1：1
1：2, 3：1　→　4：5：3
1：3, 4：1　→　5：11：4

仮定の数字を考えても、結論の数字は簡単には出てこない。

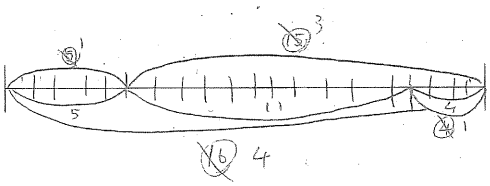
授業では「実際に線分図をつくって考えよう」と助言を繰り返した。



1：3では、（1＋3）で4等分



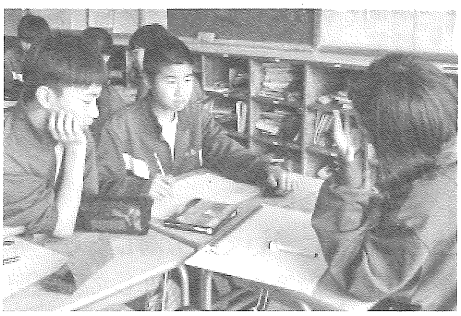
2：1では、（2＋1）で3等分と（＋1）等分すればよい。2つの線分図を合わせると、4と3の公倍数（最小公倍数）にすれば、よいことに気が付いた。



④　関わり合う（対話的な学び）

「③つくった問題の解決」では最初自力解決をする。次に小集団をつくり、グループ学習をする。グループで1：?, ?：1を定め、みんなで解決していく。

この関わり合いを通して、自分の意見を述べたり仲間の意見を聞いたりする。自分が考えも及ばなかった仲間の意見に驚いたり、その意見をもとにさらに多様な思考が生まれたりする。



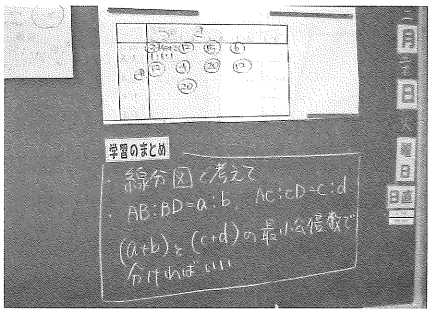
⑤　まとめと振り返り

授業の最後には、全体で表を埋めていく。

	AB:BD= 1：2 ②	1：3 ④	1：4 ⑦	1：5 ⑩	1：6 ⑪
AC:CD= 2：1 ③	3等分 1:1:1	12等分	15等分	6等分	21等分
3：1 ⑥	12等分	4等分	20等	12等分	
4：1 ⑤	15等分	20等分			
5：1 ⑨	6等分	12等分			

最小公倍数

一見規則性がないように見える数字の列だが、表全体を見回すと「何等分」「最小公倍数」が解決の糸口になることが見えてくる。生徒は改めて、この題材のおもしろさや不思議さを感じた。



最後に、学んだことを「学習のまとめ」として生徒と一緒に振り返り、本題材の意味やよさを生徒が自分の言葉で書いた。

3．実践授業 ②

> 2次元表を用い、図形を分類し、求積する考えの整理を図っていく授業

(1) 学年・単元名

小学校5年・図形の面積

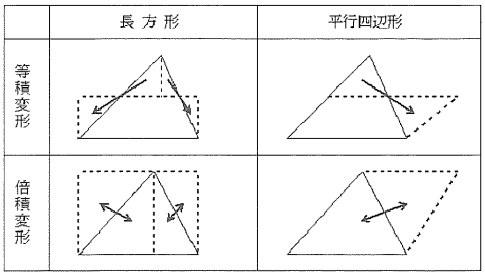
(2) 本時のねらい

台形の面積について、分割したり、等積変形や倍積変形等を用いたりして、既習の図形として考えることを通し、求積することができる。

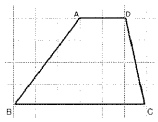
(3) 本時の実際

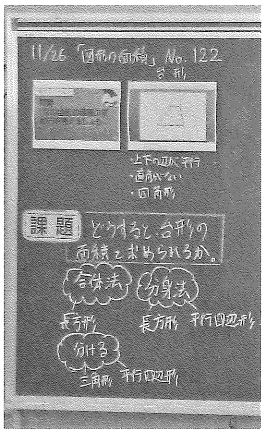
① 2次元表で見通しをもつ

前時までに、三角形の面積を等積変形・倍積変形、長方形・平行四辺形と変形し、2次元表で整理することを経験している。



本時冒頭では台形を掲示し、定義、性質をおさえた。





ここで自力解決に入る前に解決の方法に対し、見通しをもたせた。

『合体法（等積変形）』『分身法（倍積変形）』はこれまでの学習で学級の中でネーミングされたものであり、求積の方法として定着していた。

他に『分ける』という方法も児童から出された。それぞれについて変形方法をどの形に向かわせるか、という方向性もあわせて確認していった。これは2次元表を意識してのものである。

② 『自力解決』から『グループ学習』へ

自力解決に入るとほぼ全員の手がすぐに動き出した。1巡目の机間指導の際に全く手つかずでいた児童は5人であった。

これらの児童に対しては解決の方法を選ばせる程度のアドバイスのみを行った。2，3巡目の机間指導の際には1人をのぞき、ワークシートに記述が見られるようになったため、その後のグループ学習での交流による効果を期待し、簡単な確認程度に言葉かけは行った。

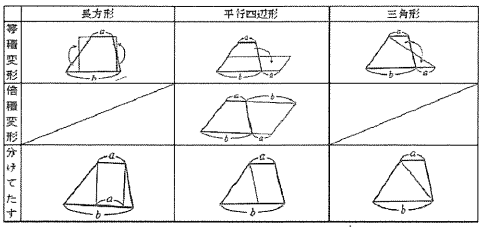
自力解決が終了後、机をグループの形態に変え、発表を2分後と告げた。グループにすることで自然と自分の考えがあっているか確認をしたり、停滞している児童が相談できたりといった関わりの場面を生み出すことを期待してのものであった。実際、ここで自力解決の多くが完了できた。

グループでの発表は発表者が起立をすること、発表が終わったら拍手をすることをこれまで繰り返し指導してきた。全体的に適切な方法でおおむね発表することができていた。友達の発表を聞き、たりない部分を書きたしたり、訂正したりする姿が見られた。関わり合いの成果であると言える。

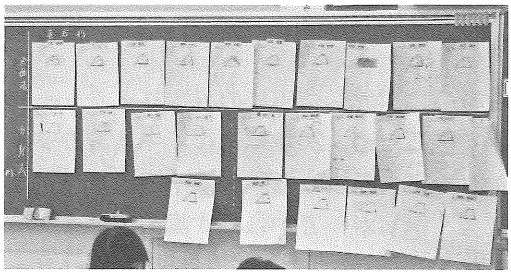
発表が終わったグループから黒板の2次元表にワークシートを貼っていった。2次元表自体は机間指導の際にチェックした座席表をもとに、黒板上に必要なスペースを用意しておいた。児童は自分の解決した方

法がどこに位置づけられるのかを考えてワークシートを表の中に貼っていった。それまでの経験から何とか公式にしようと取り組む児童の姿も見られた。平行四辺形、三角形での求積から公式化へつなげる学習が生きていたと考えられる。

黒板上に貼られたワークシートは合体法（等積変形）で長方形に帰着するものが最も多かった。分ける方法を選択した児童が最も少なく４人であった。



③　２次元表を構成していく学習の効果



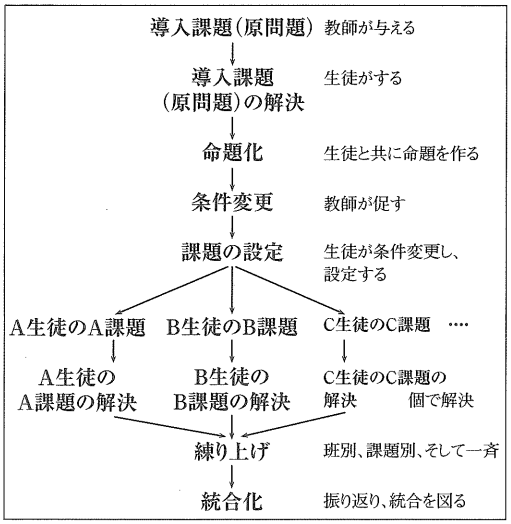
本単元において行った２次元表をみんなで構成していくという学習は、児童が１時間の中で見通しをもって臨むことを可能とした。「次にグループ学習に入るからそこで同じグループの仲間に聞いてみよう。」「グループ発表後に、全員が黒板にワークシートを貼らなければならないから必ず自分の考えを書かないといけない。」「全体発表が終わったら復習の問題を解くだろうから、次は別の○○の方法でやってみよう。」児童は２次元表を見ながら次の展開をふまえて学習に臨むことができていた。

どの方法でどの図形に帰着させたのか、他にどんな方法があって、どの図形に帰着できるのかが２次元表をながめることで知ることができる。

また、次はこの方法でこの図形に帰着させてみようと発展的に考えることもできる。２次元表を児童につくらせていく価値はここにある。

４．まとめ

提案授業①、②を通して、当研究会の今年度の実践を、以下のようにまとめることができる。



このような授業の流れである。

「原問題」と「条件変更した新たな課題」で主体的な学びとすることができ、「自力解決後の練り上げ」で対話的な学びとすることができる。

「統合化」することで、深い学びにつなげることができる。

提案授業①では「（＋１）どうしの最小公倍数」、提案授業②では「台形の求積を整理した２次元表」が統合化した「深い学び」といえる。

当研究会の授業モデルとして提案したい。

（代表：小畑　裕）